Livret pour préparer l’entrée en seconde.

Lycée George Sand – Domont

Collège Aimé Césaire – Ezanville

Collège Aristide Briand – Domont

Collège Léonard de Vinci – Bouffémont

Collège Marcel Pagnol - Montsoult

Ce livret a été conçu pour vous, élèves de 3ème qui allez intégrer la classe de 2nde à la rentrée de Septembre.

Il s’agit de fiches reprenant une partie des notions étudiées en 3ème, à traiter avec sérieux pour aborder l’année de 2nde en mathématiques dans les meilleures conditions.

C’est aussi un outil à conserver et consulter régulièrement car vous y trouverez les acquis indispensables pour assimiler le programme de 2nde.

Quelques conseils d'organisation :

- Échelonner votre travail sur plusieurs semaines : ne pas commencer la veille de la rentrée.
- S'assurer que l'on maîtrise le rappel de cours avant de faire les exercices en s'interrogeant au brouillon sur ce que l'on sait concernant le sujet abordé.
- Faire attention au soin et à la rédaction : travaillez avec rigueur.
- Si vous ne réussissez pas à faire un exercice, n'abandonnez pas et allez rouvrir vos cahiers de 3eme pour y retrouver un exercice du même type.
- Les exercices avec * demandent un peu plus de recherche.

C’est en bloquant, en se trompant, en se rendant compte de ses erreurs et en les corrigeant que l’on progresse en mathématiques.
En effet, buter sur un problème est la meilleure façon de voir ce qu'il vous a manqué pour arriver au résultat.

Contempler la solution d'un exercice qu'on n'a pas cherché ne fait pas progresser.

1. Calculs fractionnaires.

• Pour additionner et soustraire deux fractions, on doit d'abord les réduire au même dénominateur. On applique ensuite la règle suivante :
$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ et $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$

• Pour multiplier deux fractions, on décompose d'abord chacun des numérateurs et dénominateurs en produit de facteurs premiers. Cela permet de simplifier les calculs avant d'appliquer la règle suivante :
$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

• Pour diviser par une fraction, on multiplie par son inverse. Ce qui s'écrit comme cela :
$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

Rappel : l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$

l'inverse de a est $\frac{1}{a}$

Exercice 1 : Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$A=\frac{-5}{7}+\frac{4}{21}$, $B=\frac{5}{12}-\frac{3}{8}$, $C=\frac{2}{3}\times\frac{1}{8}$, $D=\frac{-7}{9}\div\frac{6}{-14}$,

$E=7-\frac{4}{3}$, $F=\frac{5}{7}+\frac{4}{21}\times\frac{3}{2}$, $G=\frac{11}{13}-\frac{2}{26}\div\frac{-4}{2}$.

Exercice 2 :
Pierre, Jules et Thomas se partagent la fortune de leur père.
Pierre reçoit le tiers de cette fortune, Jules, les deux cinquièmes et Thomas hérite du reste.
Quelle fraction de la fortune de son père reçoit Thomas ?

2. Calcul littéral.

• Développer un produit signifie le transformer en une somme.

• Factoriser une somme signifie la transformer en un produit.

• Pour développer, on distribue la multiplication sur l'addition et la soustraction :
- Développement simple : k(a + b) = ka + kb et k(a − b) = ka − kb
- Développement double : (a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd

• Pour factoriser, deux méthodes :
- on repère des facteurs communs (en s'aidant des tables de multiplication notamment ou en remarquant des blocs parenthèses identiques).
- On utilise l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Exercice 3 : Développer et réduire les expressions suivantes.

$A(x)=(2x-3)(5x-4)$, $B(x)=2x(5x-3)-(x-1)$,

$C(x)=3x-(x+7)(x+3)$,

$D(x)=(x+5)^2$ (rappel : $(x+5)^2=(x+5)(x+5)$) ,

$E(x)=(6+7x)(6-7x)$.

Exercice 4 : Factoriser les expressions suivantes.

$A(x)=x^2+2x$, $B(x)=x^2-49$, $C(x)=9x^2-12x$,

* $D(x)=(x+1)(2x+5)-(x+1)(3x-4)$, $E(x)=16x^2-1$,

* $F(x)=25-(2x-1)^2$.

3. Équations.

Résoudre une équation, c'est trouver toutes les valeurs possibles par lesquelles on peut remplacer l'inconnue pour que l'égalité soit vérifiée.

- Équations du premier degré : on regroupe les termes inconnus dans un des membres (souvent à gauche), puis les termes constants dans l'autre membre (souvent à droite), et enfin on divise par le coefficient de l'inconnue.

$$\begin{aligned} &6x - 5 = 2 & &+5 \\ &6x = 7 & &\div 6 \\ &x = \frac{7}{6} \end{aligned}$$

La solution est $\frac{7}{6}$.

$$\begin{aligned} &5x + 2 = 3x - 4 & &-3x \\ &2x + 2 = -4 & &-2 \\ &2x = -6 & &\div 2 \\ &x = -3 \end{aligned}$$

La solution est – 3.

- Équation-produit : un produit de facteurs est nul si au moins l'un de ses facteurs est nul.

$(3x - 2)(-x + 7) = 0$

On sait qu'un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul.

Donc : $3x - 2 = 0$ **ou** $-x + 7 = 0$

$3x = 2$ **ou** $-x = -7$

$x = \frac{2}{3}$ **ou** $x = 7$

L'équation admet deux solutions $\frac{2}{3}$ et 7.

$(2 - 3x)(x - 4) - (x - 4)(5 + 2x) = 0$

On factorise :

$(x - 4)((2 - 3x) - (5 + 2x)) = 0$

$(x - 4)(2 - 3x - 5 - 2x) = 0$

$(x - 4)(-5x - 3) = 0$

On sait qu'un produit est nul si l'un de ses facteurs est nul.

Donc : $x - 4 = 0$ **ou** $-5x - 3 = 0$

$x = 4$ **ou** $-5x = 3$

$x = \frac{-3}{5}$

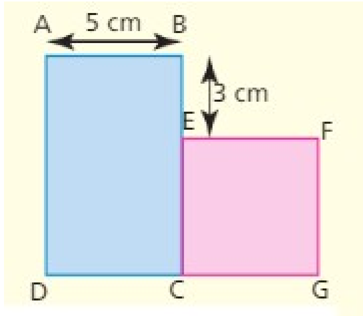
L'équation admet deux solutions 4 et $\frac{-3}{5}$

Exercice 1 : Résoudre les équations suivantes.

$E_1 : 3x-1=-13$, $E_2 : -2x+5=8$, $E_3 : 5x=0$, $E_4 : 4-x=7$, $E_5 : 11x-3=2x+9$, $E_6 : \frac{x}{7}=\frac{-7}{4}$, $E_7 : x(x+7)=0$, $E_8 : (-2x-5)(3x+2)=0$.

Exercice 2 :

On considère la figure ci-contre. Quelle doit être la longueur x du côté du carré EFGC pour que son périmètre soit égal à celui du rectangle ABCD ?



Exercice 3 : On donne le programme de calcul suivant.

- Choisir un nombre - Ajouter 3 - Calculer le carré du résultat - Soustraire 9	1. Montrer que, si on choisit le nombre 4, le résultat obtenu est 40. 2. Exprimer, en fonction du nombre x de départ, le résultat obtenu avec ce programme de calcul. En développant et en réduisant cette expression, montrer que le résultat du programme est x^2+6x . 3. * Quels nombres peut-on choisir pour que le résultat obtenu soit 0 ? Justifier.

Exercice 4 : On considère l'équation $(x+3)(2x-5)=5x-15$.

1. Justifier que 2 est solution de cette équation.
2. Le nombre – 1 est-il solution de cette équation ?
3. * Prouver qu'il existe un autre nombre solution de cette équation.

4. Fonctions généralités.

• Une **fonction** est un processus qui, à chaque valeur du nombre x, associe un unique nombre y, noté $f(x)$, appelé l'**image de x par f**. On écrit $f : x \mapsto f(x)$.

On dit que x est **un antécédent** de y par f lorsque $y = f(x)$.

La **représentation graphique de f** est l'ensemble de tous les points de coordonnées $(x ; f(x))$.

Exemple 1 : le graphique ci-contre définit une fonction f, qui, à chaque nombre x compris entre 0 et 10, associe le nombre $f(x)$ sur l'axe des ordonnées.
Ainsi $f(2) = 3$, $f(10) = 2$, $f(9{,}5) \approx 2{,}5$.
Les antécédents de 3 par f sont 2 et 8.
1,5 n'a qu'un seul antécédent par f et 6 n'a pas d'antécédent par f.

Exemple 2 : $g : x \mapsto x(2 - x)$. On peut calculer précisément les valeurs des images voulues.
Ainsi g(2) = 0, g(−50) = −2600. (On a remplacé x par 2 d'abord dans $x(2 - x)$ puis ensuite par − 50).
Les antécédents de 0 par g sont 0 et 2. (On a résolu l'équation-produit $x(2 - x) = 0$)

Exemple 3 : Le tableau de valeurs ci-dessous définit une fonction h.

x	−1	3	3,5	0	7	−2
$h(x)$	0	2	−2	2	−5,5	− 1

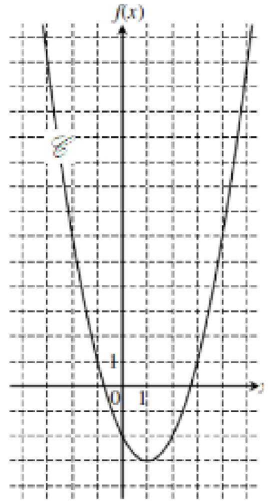
Ainsi $h(-1) = 0$, $h(7) = -5{,}5$.
Les antécédents de 2 par h sont 3 et 0.

Exercice 1 : On considère une fonction f et on note sa courbe représentative.
Compléter le tableau suivant.

Égalité	Description	Point appartenant à
$f(-2)=-1$	… est l'image de …. par f	$(...;....)$ €
$f(...)=...$	…. a pour image …. par f	$(5;7)$ €
$f(...)=...$	4 est un antécédent de -10 par f	$(...;....)$ €
$f(...)=...$	…. a pour antécédent …. par f	$(-3;2)$ €

Exercice 2 :
On considère les fonctions f et g définies par $f(x)=2x-4$ et $g(x)=4x^2$.
1. Déterminer l'image de – 3 par la fonction f .
2. Déterminer un antécédent de 24 par la fonction f .
3. Déterminer l'image de 3 par la fonction g .
4. * Déterminer un (ou des) antécédent(s) de 16 par g .

Exercice 3 : Le graphique ci-contre représente une fonction f .



1. Quelles sont les images des nombres 1 et -2 par f ?
2. Quels sont les antécédents par f du nombre – 2 ?
3. Le nombre – 3 admet-il des antécédents ?

5. Fonctions affines et linéaires.

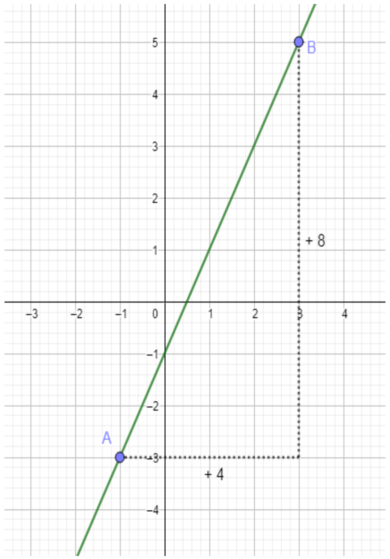
Une fonction affine est une fonction pouvant s'écrire sous la forme $f(x) = ax + b$.

Par exemple : $f : x \rightarrow 2x - 1$ est une fonction affine car elle est de la forme $f(x) = ax + b$ avec $a = 2$ et $b = -1$.

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite.
- Le nombre a est appelé *le coefficient directeur* (ou pente) de la droite.
- Le nombre b est appelé *l'ordonnée à l'origine* de la droite.

Ces deux nombres peuvent se déterminer grâce à la droite.

Par exemple : sur la représentation graphique ci-contre, on choisit deux points A et B.



En se déplaçant de A vers B, on se déplace de +4 à l'horizontal et de +8 à la verticale.
Le nombre a se calcule avec le quotient :

$$a = \frac{déplacement\ vertical}{déplacement\ horizontal} = \frac{+8}{+4}\ ou\ 2$$.

L'ordonnée à l'origine est l'ordonnée du point d'intersection de la droite et de l'axe des ordonnées.
Ici : $b = -1$

Donc cette droite représente la fonction $f : x \rightarrow 2x - 1$.

Une fonction linéaire est une fonction pouvant s'écrire sous la forme $f(x) = ax$.

Par exemple : $f : x \rightarrow \frac{-1}{3}x$ est une fonction linéaire car elle est de la forme $f(x) = ax$ avec $a = \frac{-1}{3}$.

La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine du repère.

Les fonctions linéaires modélisent des situations de proportionnalité.
Par exemple : les variations en pourcentages.

	Prendre 5 % de x , c'est multiplier x par 0,05.	Augmenter x de 5 %, c'est multiplier x par 1,05.	Diminuer x de 5 %, c'est multiplier x par 0,95.
Expression littérale	$0{,}05x$	$1{,}05x$	$0{,}95x$
Fonction linéaire	$x \rightarrow 0{,}05x$	$x \rightarrow 1{,}05x$	$x \rightarrow 0{,}95x$

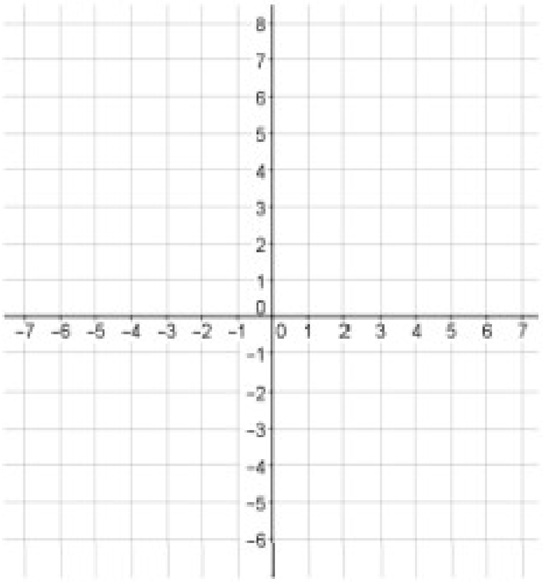
Exercice 1 : Parmi les fonctions suivantes, indiquer celles qui sont affines et, dans ce cas, donner les coefficients a et b .

$f : x \mapsto 4x - 3$ $\quad g : x \mapsto 5 - 2x$ $\quad h : x \mapsto 3x^2 + 5$

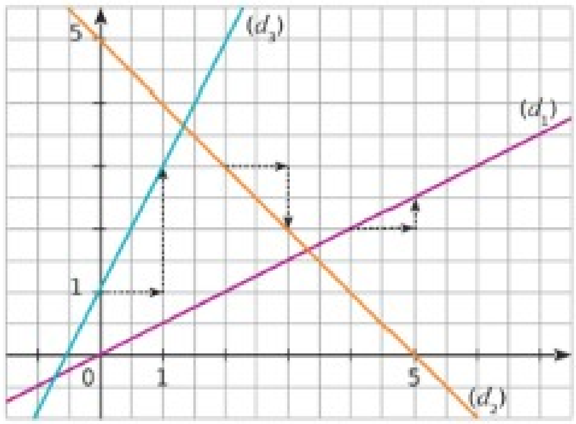
$i : x \mapsto 4{,}5x$ $\quad j : x \mapsto -4$ $\quad k : x \mapsto \frac{1}{x}$

Exercice 2 : Représenter les fonctions suivantes dans le repère fourni.

a) $f(x)=-3x$
b) $g(x)=-2$
c) $h(x)=\frac{1}{2}x+3$
d) $i(x)=2x-5$
e) $j(x)=\frac{-5}{3}x$



Exercice 3 : Déterminer graphiquement les fonctions représentées par les droites $(d_1),(d_2) et (d_3)$ ci-dessous.



Exercice 4 : Déterminer l'expression de la fonction linéaire associée à chacune des expressions suivantes.

a) hausse de 2 % b) baisse de 40 % c) prendre 65 % .

***Exercice 5 :** Baisser une quantité de 2 % deux fois de suite revient-il à la baisser de 4 % ?

***Exercice 6 :** Un article coûte 58,40€ après avoir subi une remise de 20 %. Quel était son prix d'origine ?

6. Probabilités.

Une expérience est dite **aléatoire** lorsqu'on ne peut pas en prévoir avec certitude le résultat.

Une issue est le résultat d'une expérience aléatoire.

Un ensemble d'issues est appelé **évènement**.

L'évènement contraire d'un évènement A est noté $\bar{A}$. C'est l'évènement qui se réalise lorsque A ne se réalise pas.

Dans une situation d''équiprobabilité, **la probabilité** qu'un évènement A se réalise se calcule avec le quotient $\frac{nombre\,d'issues\,favorables\,à\,A}{nombre\,total\,d'issues}$.

Une probabilité est un nombre compris entre 0 et 1.

La somme des probabilités de toutes les issues possibles d'une expérience aléatoire est 1.

Exercice 1 : Pierre participe à un jeu. Trois verres retournés sont disposés sur une table.
Une pièce est cachée sous l'un des verres. Pierre choisit un des verres et le soulève.

1. Quelle est la probabilité que Pierre trouve la pièce ?
2. On modifie la règle du jeu : il y a désormais 5 verres et deux pièces, cachées sous deux verres distincts.
Pierre a-t-il plus de chances de trouver une pièce ?

Exercice 2 : Une expérience aléatoire admet exactement 4 issues, notées A, B, C et D.
Sachant que $p(A)=\frac{1}{5}$, $p(B)=\frac{2}{15}$ et $p(D)=\frac{1}{3}$, calculer $p(C)$.

Exercice 3 : Dans un laboratoire, on élève des souris dont les caractéristiques sont données dans le tableau ci-dessous.

Souris	Mâle	Femelle	Total
Blanche	30		
Grise		8	
Total	37		120

1. Compléter le tableau ci-dessus.
2. On prend une souris au hasard.
   a. Calculer la probabilité de sélectionner une souris blanche.
   b. Calculer la probabilité de sélectionner une souris femelle.
   c. Calculer la probabilité de sélectionner un mâle gris.
3. On prend une souris blanche. Quelle est la probabilité que ce soit une femelle ?